

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010**  
**Probă scrisă la matematică - Proba E c)**

**Varianta 9**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- **Minden feladat kötelező. 10 pont jár hivatalból.**
- **Munkaidő 3 óra.**
- **Minden feladat részletes megoldását írd a vizsgalapra!**

**I. FELADAT**

**(30 pont)**

- 5p 1. Számítsd ki:  $\log_2 \frac{1}{8} + \sqrt[3]{27}$ .
- 5p 2. Határozd meg az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x + 3$  függvényhez rendelt parabola csúcspontjának koordinátáit!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a  $2 - 3^{x^2-1} = 1$  egyenletet!
- 5p 4. Határozd meg a  $\{1, 2, 3, 4\}$  halmaz elemeiből alkotható, különböző számjegyekből álló háromjegyű számok számát!
- 5p 5. Adottak a  $\vec{v}_1 = 2\vec{i} - \vec{j}, \vec{v}_2 = \vec{i} + 3\vec{j}$  vektorok. Határozd meg a  $\vec{w} = 2\vec{v}_1 - \vec{v}_2$  vektor koordinátáit!
- 5p 6. Egy derékszögű háromszög befogói  $AB = 3, AC = 4$ . Határozd meg az  $A$  csúcshoz tartozó magasság hosszát!

**II. FELADAT**

**(30 pont)**

1. Adott az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  mátrix.
- 5p a) Számítsd ki az  $A^2 - A$  mátrixot!
- 5p b) Határozd meg az  $A$  mátrix inverzét!
- 5p c) Oldd meg az  $A \cdot X = \begin{pmatrix} 2010 & 2010 \\ 2009 & 2010 \end{pmatrix}$  egyenletet, ha  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .
2. Adottak az  $f, g \in \mathbb{Z}_3[X], f = X^2 + X, g = X^2 + \hat{2}X + a$  polinomok, ahol  $a \in \mathbb{Z}_3$ .
- 5p a) Számítsd ki:  $f(\hat{0}) + f(\hat{1})$ .
- 5p b) Határozd meg az  $f$  polinom gyökeit!
- 5p c) Igazold, hogy  $f(\hat{0}) + f(\hat{1}) + f(\hat{2}) = g(\hat{0}) + g(\hat{1}) + g(\hat{2})$ , bármely  $a \in \mathbb{Z}_3$  esetén!

**III. FELADAT**

**(30 pont)**

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 \cdot e^x$  függvény.
- 5p a) Számítsd ki az  $f'(x)$  deriváltat!
- 5p b) Igazold, hogy az  $f$  függvény csökkenő a  $[-2, 0]$  intervallumon!
- 5p c) Igazold, hogy  $0 \leq f(x) + f(x^2) \leq \frac{e^2 + 1}{e}$ , bármely  $x \in [-1, 0]$  esetén!
2. Adott az  $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \frac{1}{x}$  függvény.
- 5p a) Számítsd ki:  $\int_1^3 \left( f(x) - \frac{1}{x} \right) dx$ .
- 5p b) Határozd meg a  $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x)$  függvény grafikus képének az  $Ox$  tengely körüli forgatása által keletkezett forgástest térfogatát!
- 5p c) Számítsd ki:  $\int_1^e f(x) \cdot \ln x \, dx$ .